



„EUROELEKTRA”
Ogólnopolska Olimpiada Wiedzy Elektrycznej i Elektronicznej
Rok szkolny 2015/2016

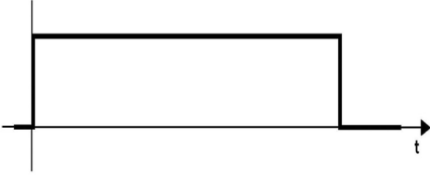
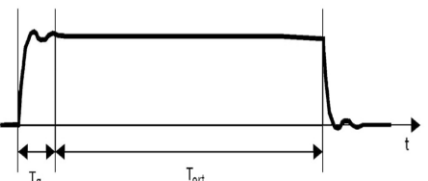
Zadania z teleinformatyki na zawody III stopnia

Instrukcja dla zdającego

1. Czas trwania zawodów: 120 minut.
2. II stopień olimpiady zawiera 6 zadań otwartych.
3. Należy podać poprawną odpowiedź wraz tokiem rozwiązania.
4. Za każdą prawidłową odpowiedź uzyskuje się maksymalnie 10 punktów. Maksymalna liczba punktów za 6 zadań do zdobycia to 60 punktów.
5. Można korzystać z przyborów do pisania, rozdawanych kart czystopisu i brudnopisu, kalkulatorów i tablic matematycznych. Korzystanie z notebooków, telefonów komórkowych itp. jest zabronione.

Życzymy powodzenia!

Lp.	Zadanie
1.	<p>Opracować algorytm obliczania wartości funkcji $\cos(x)$ na podstawie wzoru</p> $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} \dots, \quad x \in R.$ <p>Algorytm można przedstawić w postaci schematu blokowego lub funkcji języka C, C++, C# o nagłówku <code>double cos(double x);</code> która zwraca obliczoną wartość funkcji $\cos(x)$. Algorytm powinien być zoptymalizowany pod kątem minimalnego czasu obliczeń.</p> <p>Określić maksymalny zakres argumentu x, dla którego algorytm da poprawny wynik, przy założeniu, że obliczenia wykonywane są na liczbach typu double o zakresie od $\pm 5.0 \times 10^{-324}$ do $\pm 1.7 \times 10^{308}$ i precyzji 15-16 cyfr znaczących. Z dokumentacji języka C# wynika, że C# oblicza poprawnie $\cos(x)$ dla argumentów od -9223372036854775295 do 9223372036854775295.</p>
Odpowiedź	<p>Kolejne składniki szeregu można obliczać za pomocą wzoru rekurencyjnego $y_n = -y_{n-1} \cdot x \cdot x / (2n(2n-1))$. Poniższa przykładowa funkcja działa poprawnie dla argumentów, z zakresu nieco węższego od podanej w dokumentacji C#.</p> <pre>double cos(double x) { double suma, y, X; x = x % (2 * Math.PI); y = 1; suma = y; for (double n = 1; n < 50; n++) { y = -y * x * x / ((2 * n - 1) * 2 * n); if (suma + y == suma) break; suma = suma + y; } return (double)suma; }</pre> <p>Zakres argumentów można poszerzyć jeśli instrukcję <code>x = x % (2 * Math.PI);</code> zastąpić instrukcją <code>x = (double)((Decimal)x % (2M * 3.1415926535897932384626433832795M));</code></p> <p>Jeśli nie sprowadzić argumentu do pierwszego okresu dzieleniem modulo 2π, to dla $x > 40$ obliczony na podstawie szeregu $\cos(x)$ jest dużo większy od 1, czyli całkowicie błędny.</p>

2.	<p>Metoda poszukiwania pierwiastków równania $f(x) = 0$, nazywana metodą połowienia lub bisekcji, opiera się na twierdzeniu Bolzano-Cauchy'ego:</p> <p><i>Jeśli funkcja $f(x)$ jest ciągła w przedziale domkniętym $[a, b]$ i $f(a)f(b) < 0$, to wewnątrz tego przedziału istnieje co najmniej jeden pierwiastek rzeczywisty równania $f(x) = 0$.</i></p> <p>Przedział $[a, b]$ nazywa się przedziałem izolacji pierwiastka. Metoda połowienia polega na zawężaniu przedziału izolacji pierwiastka, poprzez jego podział na dwa równe podprzedziały i wybraniu tego podprzedziału, w którym jest pierwiastek. Procedurę powtarza się aż zlokalizuje pierwiastek zadaną dokładnością.</p> <p>Opracować algorytm obliczania pierwiastka równania $f(x) = 0$ metodą połowienia, przy założeniu, że dany jest poprawny przedział izolacji pierwiastka $[a, b]$. Pierwiastek powinien być obliczany z największą możliwą dokładnością.</p> <p>Algorytm można przedstawić w postaci schematu blokowego lub funkcji języka C, C++, C# o nagłówku <code>double bisekcja(double a, double b)</code>, która zwraca obliczoną wartość pierwiastka funkcji o nagłówku <code>double f(double x)</code>.</p>
	<p>Odpowiedź</p> <pre>double bisekcja(double a, double b) { double x; for (;;) { x = (a + b) / 2; if (x == a x == b f(x) == 0) break; if (f(x) * f(b) < 0) a = x; if (f(a) * f(x) < 0) b = x; } return x; }</pre> <p>Warunek $f(x) == 0$ musi być warunkiem przerwania pętli. Warunek przerwania pętli $a == b$ zamiast $x == a x == b$ jest błędny. W pętli for można dać warunek zakończenia pętli po zadanej maksymalnej liczbie iteracji, co zabezpieczy funkcję przed pętlą nieskończoną, w razie błędnego warunku przerwania pętli, i pozwoli obliczyć pierwiastek z maksymalną dokładnością.</p> <p>Szerokość przedziału izolacji pierwiastka po N podziałach jest równa $\frac{ b-a }{2^N}$, stąd można wyliczyć ile podziałów trzeba wykonać, aby uzyskać wymaganą dokładność.</p>
3.	<p>W systemie UMTS transmisja danych do użytkownika jest określana jako HSDPA. Wyznaczyć szybkość transmisji danych v_b[bps] jeżeli szybkość transmisji chipów ciągu rozpraszającego wynosi $v_{ch}=3,84$ Mchip/s, współczynnik rozpraszania $SF=16$, sprawność kodowania $R=3/4$ a do transmisji jest wykorzystywana modulacja QPSK i jednocześnie 10 ciągów rozpraszających.</p>
	<p>Odp. $v_b[bps] = (v_{ch}/SF)[symbol/s] * n [bit/symbol] * R * 10$</p> <p>gdzie $n=2$ dla QPSK</p> <p>stąd $v_b[bps] = 3,6$ Mbps</p>
4.	<p>W wielu systemach bezprzewodowych transmisja danych jest realizowana w postaci równoległych strumieni symboli wielowartościowych modulacji cyfrowych przy zastosowaniu techniki transmisji OFDM. W technice tej do transmisji symboli wykorzystuje się wiele ortogonalnych częstotliwości podnośnych. Wyznaczyć odstęp między częstotliwościami ortogonalnych podnośnych Δf_p jeżeli czas trwania symbolu T_s wynosi $T_s = T_g + T_{ort} = 4 \mu s$ gdzie $T_g = 0,8 \mu s$ jest czasem ochronnym a T_{ort} jest użytecznym czasem trwania symbolu, co ilustruje rys.2.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>a)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>b)</p>  </div> </div>

	Odpowiedź	Odp. $T_{ort} = T_s - T_g = 3,2 \mu s$, $\Delta f_p = 1 / T_{ort} = 312,5 \text{ kHz}$
5.	W bezprzewodowym systemie komórkowym LTE dane cyfrowe są transmitowane w tzw. blokach zasobów <i>RB (Resource Block)</i> , składających się z symboli wielowartościowych nadawanych równolegle na 12 częstotliwościach podnośnych przez kolejne 7 odstępów modulacji T_s . Wyznaczyć liczbę bitów pojedynczego bloku RB dla modulacji 64QAM.	
	Odpowiedź	Odp. $RB[\text{bit}] = 12 [\text{podnośnych}] * 7 [\text{symboli/podnośną}] * n [\text{bit/symbol}]$ gdzie $n=6$ dla 64QAM, stąd $RB = 504 \text{ bity}$
6.	W bezprzewodowym systemie komórkowym LTE dane cyfrowe są transmitowane w tzw. blokach zasobów <i>RB (Resource Block)</i> , składających się z symboli wielowartościowych nadawanych równolegle na 12 częstotliwościach podnośnych przez kolejne 7 odstępów modulacji T_s . Szybkość transmisji w LTE jest zależna od szerokości pasma kanału dostępnego dla transmisji. Przykładowo w paśmie 10 MHz możliwa jest jednoczesna transmisja 50 bloków <i>RB</i> . Wyznaczyć szybkość transmisji danych $v_b[\text{bps}]$ jeżeli do transmisji jest wykorzystywana modulacja 64QAM, sprawność kodowania jest równa $R=2/3$ a czas transmisji bloku <i>RB</i> wynosi $T_{slot} = 0,5 \text{ ms}$.	
	Odpowiedź	Odp. $v_b[\text{bps}] = 12 [\text{podnośnych}] * 7 [\text{symboli/podnośną}] * n [\text{bit/symbol}] * 50 [\text{bloków RB}] * 1 / T_{slot} [1/s] * R$ gdzie $n=6$ dla 64QAM stąd $v_b[\text{bps}] = 33,2 \text{ Mbps}$

Opracowali: dr inż. Andrzej Łuksza dr inż. Stanisław Lindner	Sprawdził: dr inż. Jacek Majewski	Zatwierdził: Przewodniczący Rady Naukowej Olimpiady dr hab. inż. Sławomir Cieślak
---	---	--